

隠れ状態とマルコフランダム場

科学技術振興事業団川人学習動態脳プロジェクト

岡田真人

1 はじめに

Lamme や Zipser らは図と地の分離に関する V1 野での神経相関を報告した [1, 2] . 彼らは図 1 に示すように、古典的受容野の外側の入力の影響がニューロンの発火の定常的な後半の部分に修飾することを報告し、これを文脈的修飾と呼んだ . ニューロンの受容野が刺激の“図”にある時の方が“地”にある時より発火率は大きくなる . この発火率の差は約 30 ~ 40 ミリ秒から生じることから、彼らはこの文脈的修飾は高次視覚野からの後向きの結合から生じると述べている . また、高次野を損傷することでこの文脈的修飾がほぼ消失することもこの仮説を支持している . したがって、これらは視覚野間で双方向的な相互作用が使われていることを強く示唆する知見である . このような双方向相互作用は多くの計算論的な利点を持つ [3] . 例えば、受容野の大きな高次野のニューロンは、低次野では空間的に離れた表現されている視覚情報を統合することができ、このように大局的な情報を保持することにより視覚計算を加速することができる . しかしながら、異なった受容野サイズを持つ領野間の双方向相互作用には次の本質的な困難が存在する . 図 2 の左側の図に示すような、高次野から低次野への発散的な後向き結合を考えよう . 後向き結合は前向き結合よりもより発散的であることが解剖学的に知られている [4] . そのため、この発散的な後向きの結合は低次野の解像度の高い構造を壊してしまう可能性がある . そのような状況を避けるためには、この発散的な後向き結合を入力パターンに適応して切断する必要がある . 実際に脳の視覚野ではどのようにになっているであろうか？実は後向き結合の適応的切断を示唆するような生理実験結果が得られている . Lamme らの 1998 年の論文 [5] の図 3 によれば、図 1 の文脈的修飾の解像度は 0.5° よりも細かい . IT 野等の高次野からの後向き結合から生じるとされている文脈的修飾の空間解像度は、皮質内で一番高解像度な V1 のニューロンの受容野の大きさとほとんど同じであるほど精緻である . IT 野等の高次野の受容野はこれよりはるかに大きいし、それにもない空間解像度もはるかに粗い . このような粗い空間解像度を持つニューロンからの後向きの結合の影響である文脈的修飾を低次野の細かな解像度程度に保つためには、低次野のニューロンの情報を用いて後向き結合が適応的に切断されると考えざるを得ない .

視覚の計算理論によれば、結合を適応的に切断するためには、入力画像に陽に含まれない隠れ状態を用いる必要がある [6, 7, 8] . その代表的な例は、隠れ変数としてラインプロセスを導入した Geman と Geman による結合マルコフランダムフィールド (MRF) モデルであろう [6] . 結合 MRF モデルの隠れ変数の表現には 2 種類存在する . 一つは Geman と Geman によって提案された境界ベース結合 MRF モデル [6] (これ以降、境界ベースモデルと呼ぶ) であり、もう一つは Geman らによって提案された領域ベース結合 MRF モデル [8] (領域ベースモデル) である . この講義では最も簡単な 1 次元の画像修復を例に取り、二つの MRF モデルを説明する . つぎに前述の結合の適応的切断に関してどちらのモデルが適切かを議論し、領域ベースモデルが適切であるという結論をえる . しかし、このように優れているはずの領域ベースモデルは、境界ベースモデルほどは用いられていない . その理由は、素子間の結合の局所性を利用した局所的なアルゴリズムでは、系の状態が局所平衡状態にトラップされてほとんど有効に働かないためである . この講義では、この領域ベースモデル最大の弱点を克服するモデルを紹介する . このモデルでは隠れ変数に位相振動子の位相を用いる . 従来の方法に比べて、ここで議論するモデルの方が位相振動子の位相差に関する中立安定性のため、局所解にトラップされることがほとんどない事を計算機シミュレーションで確認する . ここで紹介するモデルの詳細に関しては文献 [9] を参照されたい .

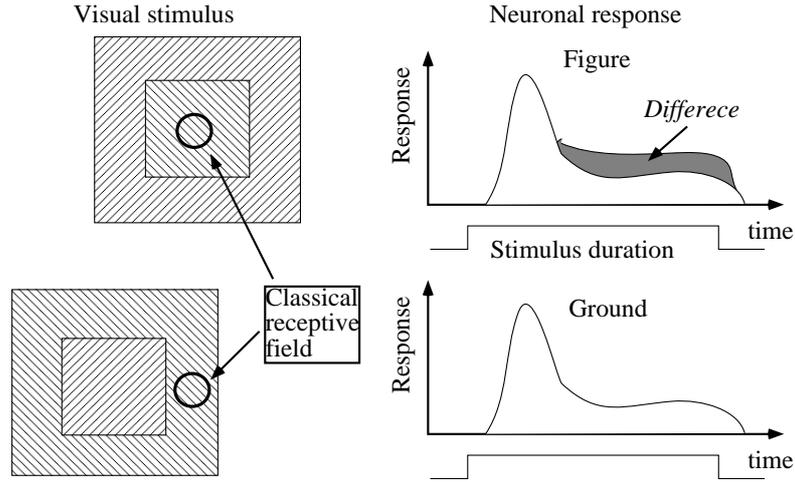


図 1: Lamme と Zipser らによる V1 野の文脈的修飾 .

2 シナプスの適応的切断と結合 MRF モデル

図 3 のような表面再構成の問題を考える．各々の図の i 軸と j 軸は 2 次元画像の画素の位置をあらわす．残りの軸は明るさ等の感覚情報をあらわす．左側の図のように感覚情報にノイズがのっている場合に，そのノイズを右側の図のようにとりさる表面再構成の問題を考える．計算理論として先程述べた輪郭ベース結合 MRF モデルを考える．簡単のため，これ以降 1 次元画像を使って説明する．まず，次のエネルギー関数 $E(f, l|d)$ を定義する，

$$E(f, l|d) = \frac{1}{2} \sum_i (f_i - d_i)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_i (1 - l_i)(f_{i+1} - f_i)^2 + \theta \sum_i l_i, \quad (1)$$

ここで d_i は明るさなどの観測データである．一方， f_i は d_i に対する推定値であり，強度過程 (Intensity process) ともよばれる． l_i はラインプロセス (line process) と呼ばれ，0 または 1 の値をとる．直観的にはラインプロセス l_i は強度過程 f_i の不連続を表す．ラインプロセスは視覚物体の境界をあらわすので，このモデルは境界ベース MRF モデルと呼ばれている．MRF の由来は， f_i や l_i が近傍のみと相互作用する Markov 性を有しており，それらが 1 次元や 2 次元の格子場 (Field) 上で定義され，それらの確率的 (Random) な挙動を考慮に入れているからである．式 (1) の第 1 項はデータフィッティング項であり，観測データ d_i とその推定値である強度過程 f_i の違いを表している．第 2 項は強度過程の滑らかさをあらわしている．原理的には観測にともなうノイズを取り去るのは不可能である．原理的に不可能なノイズ除去をするためには，その他に適切な条件を設定し，その条件からノイズを修復するしかない．そこで，近傍同士の画素は同じ値を取る傾向 (滑らかさ) があると仮定してノイズを取りさる．第 2 項は滑らかさの拘束条件と呼ばれることもある．しかし，画像は 3 次元世界を 2 次元網膜上に射影して生成されるので遮蔽が存在する．そのため，少数ではあるが 2 次元画像上に不連続な点が生じるはずである．それをラインプロセスが表現する．不連続が存在しない場合 ($l_i = 0$) は，ラインプロセスは滑らかさの拘束条件に何の修正も加えないが，不連続が存在する場合 ($l_i = 1$) 滑らかさの拘束条件は無効になる．この第 2 項のため，後で述べるようにラインプロセスと強度過程は“鶏と卵の関係”のようにお互いがお互いを制御しあい，双方向的に相互作用する．第 3 項はラインプロセスが 1 になるのを防ぐ項である．これは画像中には不連続はそれほど存在しないという拘束条件をあらわしている．

Hierarchical modeling

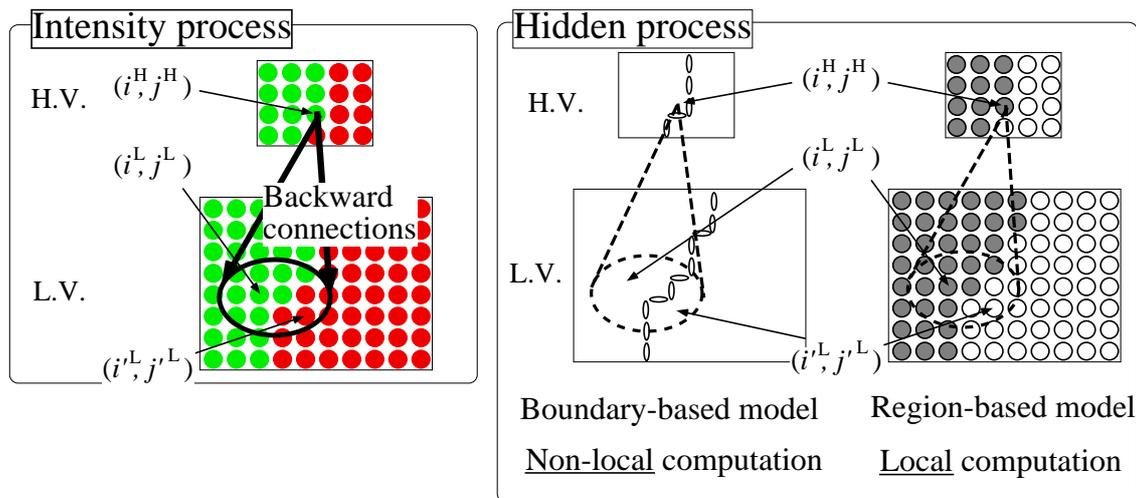


図 2: 異なった受容野サイズを持つ高次視覚野 (H.V.) と低次視覚野 (L.V.) の双方向相互作用の困難さと二つの結合 MRF モデル

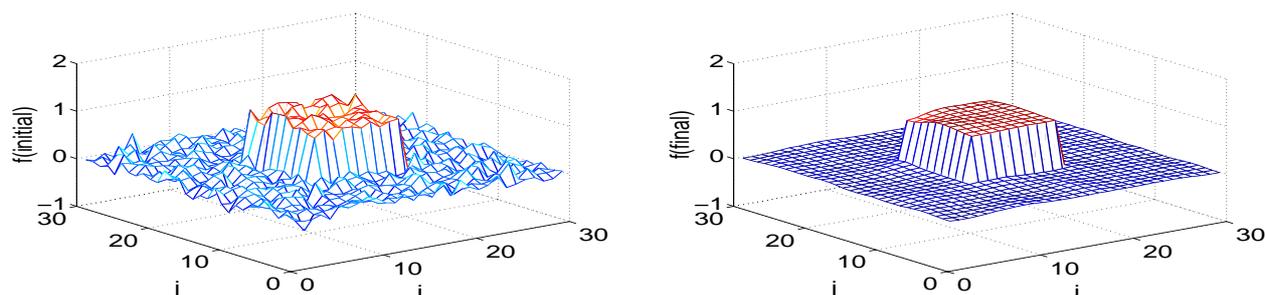


図 3: 表面再構成の例

エネルギー関数 $E(f, l|d)$ を用いて次の確率 $P(f, l|d)$ を定義する,

$$P(f, l|d) = \exp(-E(f, l|d)). \quad (2)$$

これはベイズの定式化によれば, 観測データをえた後の事後確率になっている. 画像修復の基本的な戦略である最大事後確率 (Maximum A Posterior probability) を用いて, 観測データを得た後の事後確率を最大にする f_i と l_i を推定値とする. これは結局 $E(f, l|d)$ を最少にする f_i と l_i を推定値とすること等価である. このエネルギー関数を最少にする f_i と l_i を求めるために平均場近似を用い l_i を連続化して, さらに最急降下法をもちいると,

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} = \lambda \{ (1 - l_{i-1})(f_{i-1} - f_i) + (1 - l_i)(f_{i+1} - f_i) \} - (f_i - d_i), \quad (3)$$

$$\frac{\partial l_i}{\partial t} = -l_i + \Theta \left(\frac{\lambda}{2} (f_{i+1} - f_i)^2 - \theta \right), \quad (4)$$

図 4 の神経回路モデルがほぼ自然に導出される. ここで $\Theta(\cdot)$ は単位ステップ関数である. 図 4 に示すように二つの過程に対応して, 強度過程ニューロンとラインプロセスニューロンが存在する. 強度過

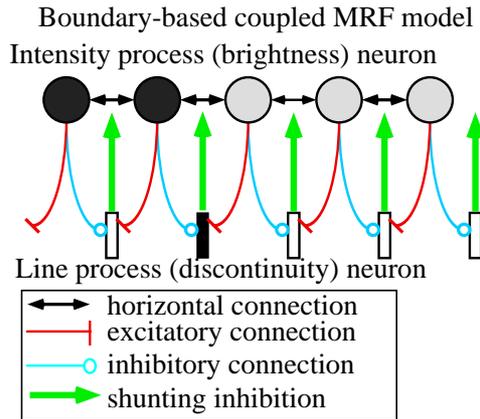


図 4: 境界ベースモデルに対応する神経回路モデル

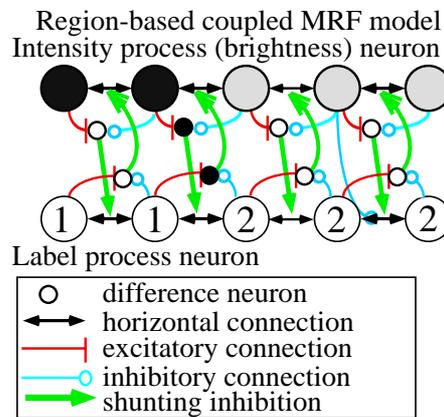


図 5: 境界ベースモデルに対応する神経回路モデル

程ニューロンは明るさなどの視覚入力を直接あらず、隣同士の強度過程ニューロンは水平結合で結合されている。ラインプロセスニューロンは隣り合った強度過程ニューロンの出力の差 (正確には差の自乗) を入力として受け取る。この差が大きいとラインプロセスニューロンは発火し、それからのシャンティング抑制が強度過程ニューロンの水平結合を無効にする。すなわちここで、強度過程ニューロンとラインプロセスニューロンが“鶏と卵の関係”のようにお互いがお互いを制御しあい双方向的に相互作用する。式 (1) の第 2 項がこの双方向的相互作用を表す。この例から、強度過程の結合を適応的に無効にするには、それ以外の変数、すなわち隠れ変数が必要であることがわかる。

3 二つの結合 MRF モデル

実は結合 MRF モデルは二種類存在する。一つは図 4 で説明した境界ベースモデルである。もう一つは図 5 に示す領域ベースモデルである (詳細な式は §5 を参照)。領域ベースモデルは強度過程とラインプロセスに対応するラベルプロセスが存在する。ラベルは視覚物体のラベルを表す。強度過程とラベルプロセスはそれぞれの画素上に定義される。ここで図 5 の神経回路モデルを考えよう。強度過程ニューロンは各々に対応するラベルが互いに等しい時だけ相互作用する。二つの強度過程ニューロンの出力の差がそれほど大きくなければ、それぞれのラベルニューロンは同じ状態をとる。その他の場

Two types of coupled MRF models

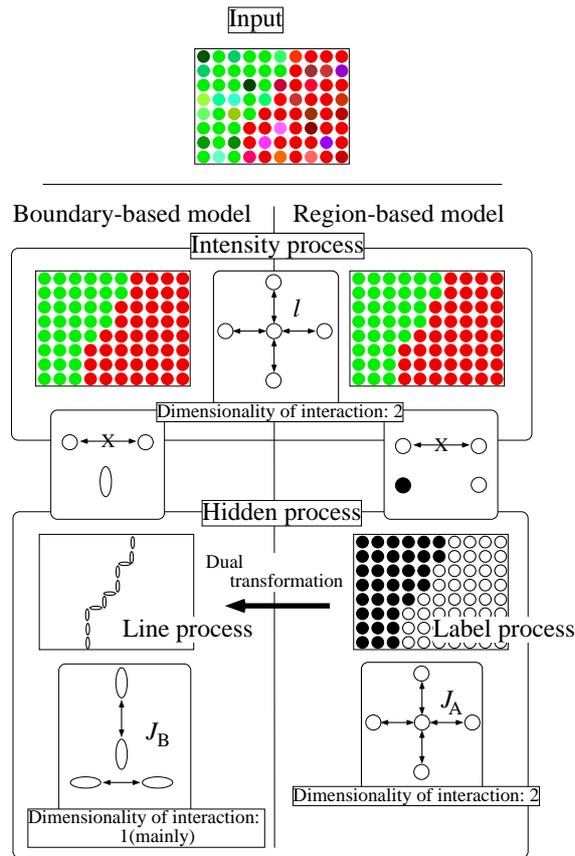


図 6: 2次元画像上での二つの MRF モデル

合，ラベルニューロンは互いに違う状態を取る．このモデルでも，強度過程ニューロンとラベルニューロンが“鶏と卵の関係”のようにお互いがお互いを制御しあい双方向的に相互作用する．図 6 に 2 次元画像上での二つの MRF モデルを概略図を示す．ここでは一番上がノイズを含んだ画像で，これを右と左の部分にセグメントすることを考えている．

4 双方向相互作用におけるシナプス切断

以下の議論から図 2 で議論したシナプス切断に関して，二つの MRF モデルの中で領域ベースモデルが望ましいことがわかる．図 2 の例では，高次領野 (HV) の右側のニューロンから低次領野 (LV) の左側のニューロンへの結合は無効にする必要がある．ここでは，この操作の局所性を議論する．境界ベースモデルでは，ラインプロセス近傍の情報だけでなく，それを越えた範囲の情報まで用いなければ，この操作を行えない．つまり境界ベースモデルでは，この操作は局所的ではない．一方，領域ベースモデルでは，ラベルの照合だけでシナプスの適応的な切断が決まり，その操作は局所的である．

5 位相を隠れ変数として持つ領域ベース MRF モデル

しかし，このように優れているはずの領域ベースモデルは，工学的な応用面でも脳のモデルとしても，境界ベースモデルほどには知られていない．その理由は後で示すように，隠れ変数間の結合の局所性を利用した局所的なアルゴリズムでは，系の状態が局所平衡状態にトラップされてほとんど有効

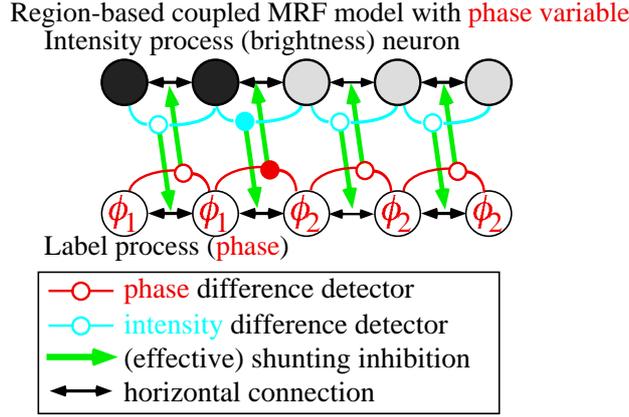


図 7: 位相を用いた領域ベース MRF モデル

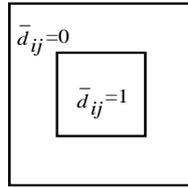


図 8: 観測データの真の値 d_i

に働かないためである．定性的には図 5 のラベルニューロンを図 7 の位相 ϕ に置き換える．位相 ϕ が同じであることがラベルが同じであることに対応する．従来の領域ベースモデルとの違いは，位相が周期 2π の周期性を持つことと，位相間の相互作用が位相差のみによることである．提案するモデルのエネルギー関数は次のように与えられる，

$$\begin{aligned}
 E(f, \phi | d) &= \frac{1}{2} \sum_i (f_i - d_i)^2 \\
 &\quad + \frac{\lambda}{2} \sum_{\text{n.n.}} (1 + \mathbf{W}_i \cdot \mathbf{W}_{i'}) (f_i - f_{i'})^2 \\
 &\quad - \frac{J^R}{2} \sum_{\text{n.n.}} \mathbf{W}_i \cdot \mathbf{W}_{i'}, \\
 \mathbf{W}_i &= (\cos \phi_i, \sin \phi_i), \quad 0 \leq \phi_i < 2\pi.
 \end{aligned} \tag{5}$$

式 (5) の第 1 項は式 (1) の第 1 項に対応する． \mathbf{W}_i は 2 次元単位ベクトルをあらわし，一元的な変数である位相 ϕ_i により決まる．位相 ϕ_i が視覚物体のラベルをあらわす．式 (1) の第 2 項と同様に，式 (5) の第 2 項は強度過程の滑らかさを表し，その滑らかさは位相 ϕ により制御される．また位相は強度過程の差に依存するので，強度過程と位相は双方向的に相互作用する．式 (5) の第 3 項は位相が空間的に滑らかに変化することを要請する．これは式 (1) と同様に，画像中には不連続はそれほど存在しないという拘束条件をあらわしている．式 (5) のエネルギー関数の最小値を求めるために，最急降下法を用いた，

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial f_i} E(f, \phi | d) \tag{6}$$

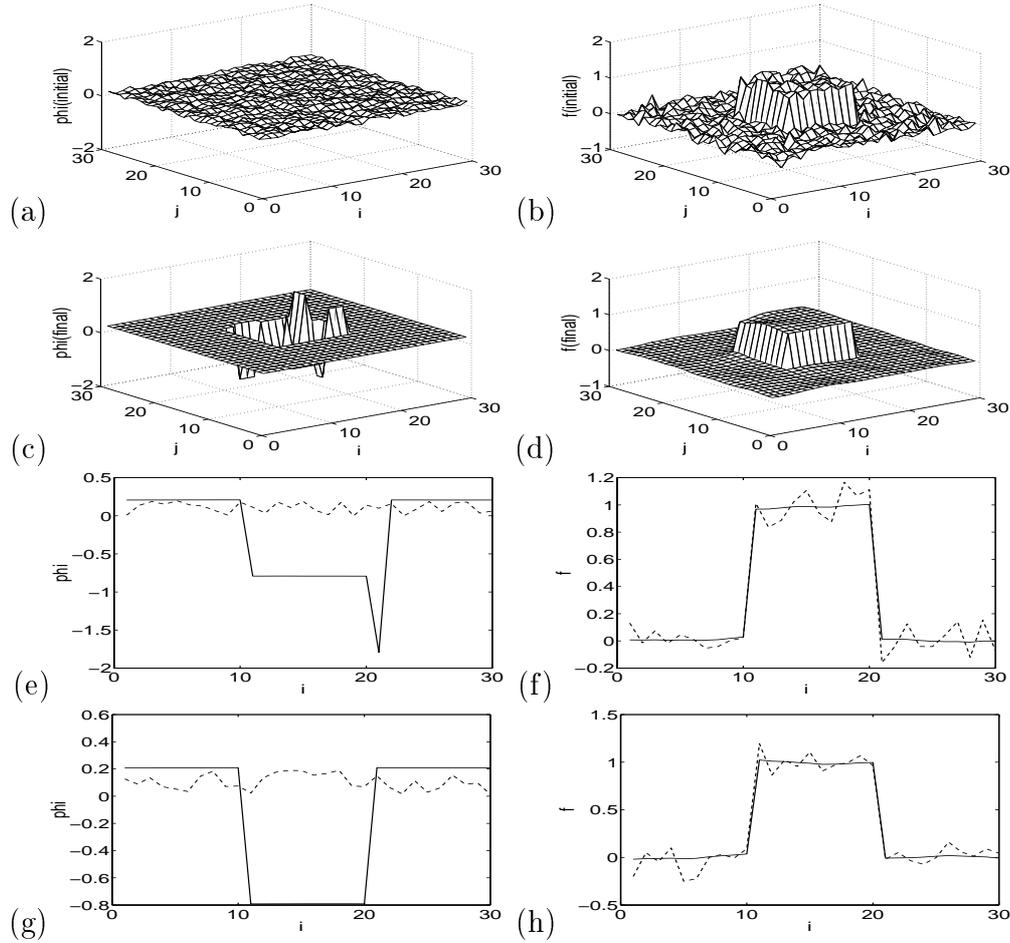


図 9: 左側の列は ϕ の計算機シミュレーション結果をあらわし, 右側の列は f の結果を表す.

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \phi_i} E(f, \phi | d). \quad (7)$$

詳細は各自導出すること. [9] の §3 を参照しても良い.

6 提案モデルの計算機シミュレーション

シミュレーションでは 2 次元格子を考えた. データ d_{ij} の真の値 \bar{d}_{ij} を図 8 のようにし, データのノイズ n_{ij} は独立なガウス分布 $n_{ij} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ に従うと仮定した,

$$d_{ij} = \bar{d}_{ij} + n_{ij}, \quad \sigma = 0.1. \quad (8)$$

推定値の f_{ij} の初期値を d_{ij} とし, 位相 ϕ_{ij} の初期値は $0 \sim 0.2\pi$ の一様分布に従うとしランダムに決めた. 図 9 に結果を示す. ϕ と f がそれぞれ左側の列と右側の列に対応する. 一番上の行は各々の初期値をあらわし, 二番目の行は平衡状態をあらわす. 下の二列は $j = 15$ と $i = 15$ の二つの軸に添った切片に対応する. 鎖線は初期状態を表し, 実線は平衡状態を表す. ただし, ϕ は π を 1 に規格化して示す. モデルは局所平衡にトラップされずに, セグメンテーションに成功していることがわかる (図 9(c) の座標 $(i, j) = (21, 15)$ の ϕ の平衡状態の値は 2π シフトすることにより, 外側にラベルづけられていることに注意せよ). 図 10 に図 9(c) の平衡状態への収束の様子を示す. 図 10(a) で局所平衡のような状態にトラップされるようになるが, 図 10(b) のような状態を経て, 局所平衡から脱して図 9(c)

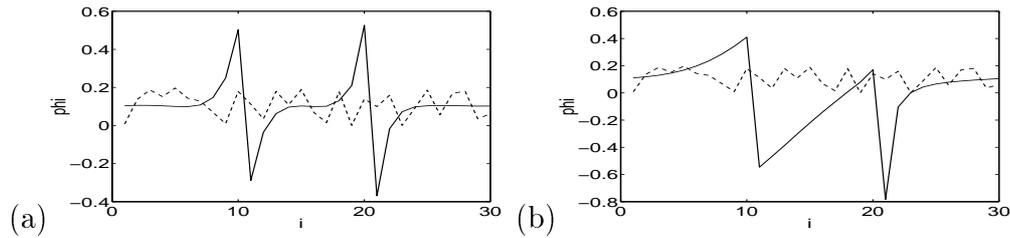


図 10: 位相のダイナミクス

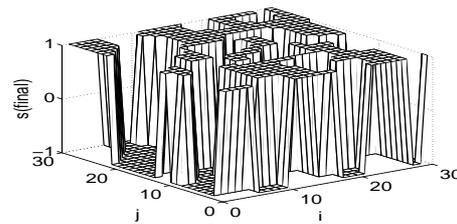


図 11: Ising スピンを用いたモデルの平衡状態．図 9(c) に対応する

の平衡状態に収束する．これは位相振動子の相互作用が位相差にのみ依存し，同一位相差内では中立安定だからである．この性質を使い大域的平衡状態に収束している．

比較のため，隠れ変数に Ising スピンを用いたモデルも検討した．Ising スピンとは $S_i = \pm 1$ の 2 値を取る変数である．このモデルは式 (5) の W_i を S_i に置き換えることでえられる．このモデルでは簡単のために， s_{ij} をその平均値 $\langle s_{ij} \rangle$ でおきかえる平均場近似を用いた． $\langle s_{ij} \rangle$ の初期値として $-0.1 \sim 0.1$ の一様分布を用いた．その他のパラメータは位相モデルと同じものを用いた．図 11 に Ising スピンの平衡状態を示す．この図は図 9(c) に対応する．図 11 からわかるように，同一画像領域内でもスピンの反転する偽平衡状態にトラップされる．そのため画像のセグメンテーションが失敗に終わる．この違いは Ising スピンと位相の相互作用の構造 (トポロジー) の違いによる (図 12 を見て，自分で考えてみよう)．平均場近似を用いずに s_{ij} を直接用いると状況は更に悪くなる． $\langle s_{ij} \rangle$ や s_{ij} に関するこのような状況は温度を導入しても全く改善されず，図 9(c) のような解を求めるためには長時間のアニーリング等を用いる必要がある．一方，位相をもちいたモデルでは温度 0 の単純な最急降下法を用いている．これらの比較から，提案モデルが局所平衡解を回避できる能力があることを計算機実験的に示すことができた．

7 シングルニューロン (コラム) での実現

最後に，提案したモデルの強度過程および位相の神経回路モデルでの実現について議論する．夏の学校後半の講義を聞けば，次の考えが自然に浮かびあがる．強度過程をシングルニューロンやコラムの発火率に対応させて，位相をニューロンの発火の同期やコヒーレンスに対応させるのである．この場合，ここで仮定したニューロンまたはコラムで起こる非線形ダイナミクスにより，これまで議論したシナプス結合の適応的切断を実現することが出来るかが重要な未解決問題である．またそのように考えると，このモデル Singer [10] や小松 [11] 等の同期仮説とも関係していることが分かる．強度過程 (ニューロンの発火率) とラベル過程 (同期やコヒーレンス) との双方向的な相互作用が必然であることが提案モデルと従来の仮説やモデルとの重要な違いである．スパイクの発火率とコヒーレンス間の双

Difference between Ising spin and XY spin (coupled oscillator)

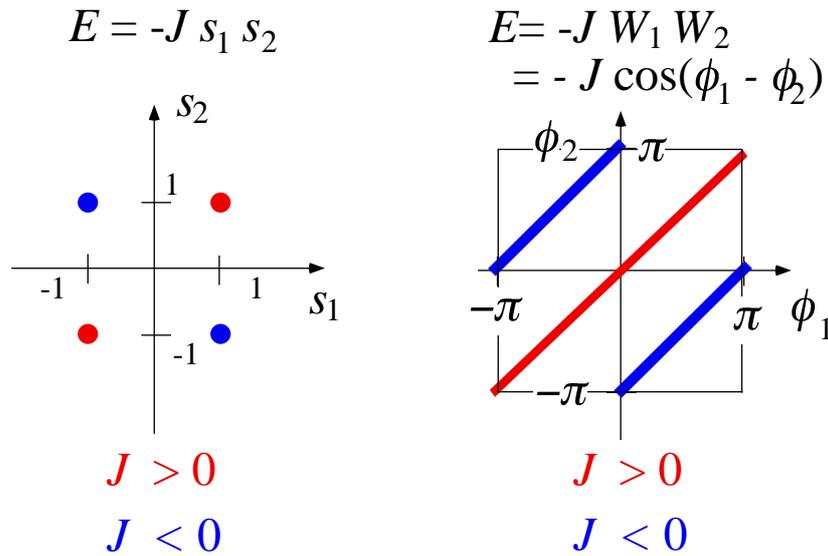


図 12: Ising スピンと位相振動子 (XY スピンの) 平衡状態の違い

方向的な相互作用の神経相関を見つけることが我々の理論を検証する第一歩となる．最初に述べた Lamme のグループが V1 野で見つけた文脈依存性はその第一歩に対応しているかも知れない．

参考文献

- [1] Lamme, V. A. F. (1995). *Journal of Neuroscience*, **10**, 649-669.
- [2] Zipser, K., Lamme, V. A. F., & Schiller, P. H. (1996). *Journal of Neuroscience*, **16**, 7376-7389.
- [3] Kawato, M., Hayakawa, H. and Inui, T. (1993). *Network: Computation in Neural Systems*, **4**, 415-422.
- [4] Zeki, S., & Shipp, S. (1988). *Nature*, **335**, 311.
- [5] Lamme, V. A. F., Zipser, K., & Spekreijse, H. (1998). *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.*, **95**, 3263.
- [6] Geman, S., & Geman, D. (1984). *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Interigence*, **6**, 721-741.
- [7] Poggio, T., Torre, V. and Koch, C. (1985). *Nature*, **317**, 314-319.
- [8] Geman, D., Geman, S., Graffigne, C., & Dong, P. (1990). *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Interigence*, **12**, 609-628.
- [9] 岡田真人, 銅谷賢治, 吉岡利福, 川人光男 (1999). NC 研究会技術研究報告, NC98-184.
- [10] Singer, W. & Gray, C. M. (1995). *Annual Review of Neuroscience* **18**, 555-586.
- [11] 小松英彦 . (1997) . 電子情報通信学会技術研究報告 , NC97-74 .